

## Zadania kombinatoryczne w szkole ponadgimnazjalnej.

Materiały do przedmiotu *Metodyka Nauczania Matematyki 2 (G-PG)*.

Prowadzący dr Andrzej Rychlewicz

Przeanalizujemy dwa przykłady rozwiązań zadań kombinatorycznych na poziomie szkoły ponadgimnazjalnej.

### Przykłady

1. W kawiarence internetowej spotkało się 8 kolegów. Przywitanie odbywa się przez podanie ręki. Ile takich podań ręki będzie miało miejsce?

*Rozwiązanie.* Mamy zbiór 8 osób, ręce podają sobie jednocześnie 2 osoby, co oznacza, że **wybieramy 2 elementy spośród zbioru 8-elementowego**. Oczywiście żadna osoba nie wita się sama ze sobą, a zatem **wyberane elementy nie mogą się powtarzać**. Kolejność podania rąk nie jest istotna, czyli **kolejność wybieranych elementów nie jest istotna**, a zatem liczba podań rąk będzie równa liczbie 2-wyrazowych kombinacji zbioru 8-elementowego, czyli  $C_8^2 = \frac{8!}{2!(8-2)!} = \frac{8!}{2!6!} = \frac{6! \cdot 7 \cdot 8}{2!6!} = \frac{7 \cdot 8}{1 \cdot 2} = 28$ . Będzie 28 powitań.

2. Zamek szyfrowy składa się z 3 pokręteł zawierających cyfry od 0 do 9. Aby otworzyć zamek należy ustawić odpowiedni kod (tzn. umieścić odpowiednią cyfrę na każdym pokrętle na poziomie narysowanej kreski). Sprzedawca stwierdził, że istnieje ponad tysiąc różnych możliwości zakodowania zamka. Czy miał rację?

*Rozwiązanie.* W celu ustalenia kodu musimy **wybrać 3 cyfry ze zbioru 10 cyfr**. Oczywiście w tym przypadku **mogą się powtarzać cyfry** na poszczególnych pokrętlach. Jednocześnie ważne jest, która cyfra zaznaczona będzie na odpowiednim pokrętle, czyli **kolejność wybieranych cyfr jest istotna**. Wszystkich takich kodów będzie, zatem tyle ile jest 3-wyrazowych wariacji z powtórzeniami zbioru 10-elementowego, czyli  $W_{10}^3 = 10^3 = 1\ 000$ . Sprzedawca nie miał, zatem racji, istnieje dokładnie 1 000 możliwości zakodowania zamka.

**Ćwiczenie 1.** Zwróć uwagę na przedstawione rozwiązania zadań z powyższych przykładów. Na jakie istotne elementy rozwiązania należy zwrócić uwagę? W jaki sposób wywnioskować czy należy zastosować wariację, kombinację, a może permutację?

**Ćwiczenie 2.** Rozwiąż poniższe zadania. Zastanów się co może sprawić największe trudności uczniom. W jaki sposób pomóc uczniom przezwyciężyć te trudności podczas lekcji? W jaki sposób przeprowadzić lekcje, na których byłyby rozwiązywane poniższe zadania?

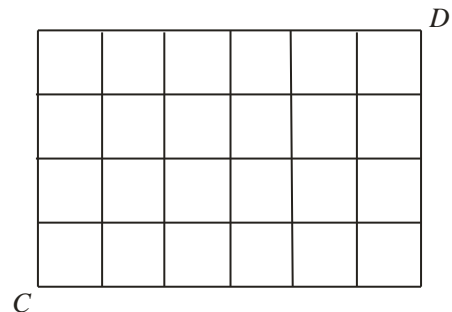
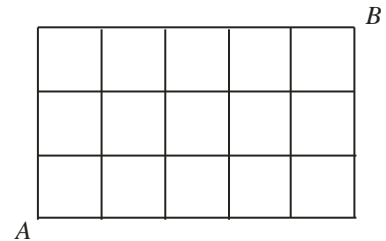
1. Państwo Kowalscy mają zamiar wprowadzić się do nowego domu, w którym cztery pokoje są przeznaczone dla ich czworga dzieci. Na ile sposobów pokoje te mogą być rozdzielone pomiędzy dzieci państwa Kowalskich, jeśli wiadomo, że każdy z nich ma zając osobny pokój?
2. Na ile sposobów można ułożyć w stosik 6 tabliczek czekolady trzech gatunków, wśród których są 2 czekolady gorzkie, 3 tabliczki czekolady bakaliowej i 1 tabliczka czekolady mlecznej?

3. W samolocie w jednym rzędzie jest 8 miejsc, w tym dwa miejsca przy oknie. Na ile sposobów może zająć te miejsca 7 osób dorosłych i jedno dziecko, tak aby dziecko siedziało przy oknie?
4. Ustawiamy w rzędzie 11 osób, wśród których jest 5 chłopców i 6 dziewcząt. Ile jest możliwych ustawień, jeśli:
  - a) najpierw stoją dziewczęta, a później chłopcy;
  - b) osoby tej samej płci nie mogą stać obok siebie;
  - c) pierwszą osobą jest dziewczynka?

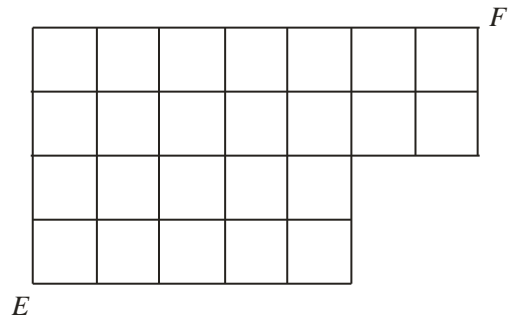
5. Po liniach diagramu możemy posuwać się tylko do góry (G) lub w prawo (P). Aby dojść z punktu *A* do punktu *B* możemy wybrać drogę GGGPPPPP. Liczba wszystkich dróg od *A* do *B* jest równa

$$\frac{8!}{3! \cdot 5!} = 56$$

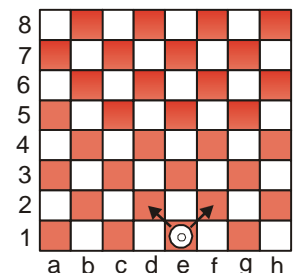
- a) Ile jest różnych dróg wiodących od punktu *C* do punktu *D*?



- b) Ile jest różnych dróg wiodących od punktu *E* do punktu *F*?

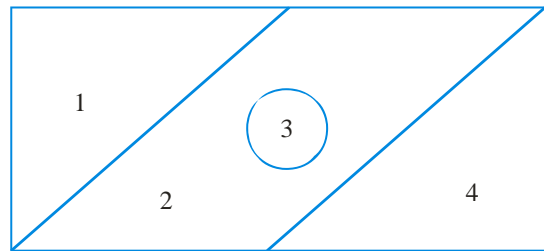


6. Piony w warcabach przesuwamy o jedno pole w lewo do góry lub w prawo do góry. Np. pion z pola e1 może być przesunięty na pole d2 lub f2 (patrz rysunek). Na ile sposobów można przesunąć pion z pola e1 na pole b8, wykonując 7 posunięć?



7. Na wyścigach konnych w biegu koni trzyletnich bierze udział 15 koni. Gracz zawierając zakład, wskazuje 3 konie i zajęte przez nie miejsca w wyścigu. Na ile sposobów może to uczynić?

8. Klasa III postanowiła przygotować jednoaktową sztukę teatralną, w której występują 3 osoby. Ilu jest uczniów w tej klasie, jeżeli wiadomo, że liczba możliwych obsad w tej sztuce jest 182 razy większa od liczby uczniów?
9. Ile wyrazów mających sens lub nie można utworzyć z liter wyrazu, wykorzystując każdą z liter tyle razy, ile razy występuje w podanym słowie:
  - a) PRASA
  - b) GAZETA
10. W alfabecie Morse'a każdej literze i cyfrze przyporządkowany jest odpowiedni ciąg kropek i kresek o co najwyżej 5 wyrazach. Np. literze *a* odpowiada ciąg dwuwyznaczony · – . Ile różnych symboli można w ten sposób zakodować?
11. Każdą z ponumerowanych figur 1, 2, 3 i 4 należy pomalować jednym kolorem tak, aby sąsiadujące figury miały inne kolory. Na ile sposobów można to uczynić, jeśli mamy
  - a) 4 kredki o różnych kolorach;
  - b) 6 kredek o różnych kolorach?



12. Na ile sposobów można wybrać ze zbioru liczb  $\{1, 2, 3, \dots, 200\}$  dwie różne liczby tak, aby
  - a) ich suma była parzysta;
  - b) ich iloczyn był parzysty?
13. Na ile sposobów można wybrać ze zbioru  $\{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$  trzy liczby tak, aby wśród nich były co najmniej dwie kolejne liczby?
14. W zawodach sumo, w których każdy zawodnik walczy z każdym, odbyły się 83 walki. Spośród 15 startujących dwóch zawodników wycofało się przed zakończeniem zawodów rozegrawszy po trzy walki każdy? Czy zawodnicy, którzy wycofali się przed zakończeniem zawodów walczyli między sobą? Odpowiedź uzasadnij.
15. Wśród 25 uczniów są cztery rodzeństwa. Na ile sposobów można wybrać 5 uczniów z tej klasy, aby w wybranej grupie
  - a) było dokładnie jedno rodzeństwo;
  - b) nie było rodzeństwa?
16. Na kluczu w miejscach zaznaczonym kreskami mogą być jednakowe wgłębienia lub może ich nie być. Ile różnych rodzajów kluczy można wyprodukować?

