

## Algebra z teorią liczb w nauczaniu szkolnym

Arkusz 2.

Prowadzący: Andrzej Rychlewicz

**Zadanie 1.** Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej  $k$ , przynajmniej jedna z liczb  $k - 6$ ,  $k$ ,  $k + 21$ ,  $k + 67$ , jest podzielna przez 4.

**Zadanie 2.** Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej  $k$  zachodzi warunek  $8 \mid k(k + 2)(3k^2 + 5)$ .

**Zadanie 3.** Wykaż, że dla każdych liczb nieparzystych  $a$  i  $b$ , których reszta z dzielenia przez 3 jest równa 1, liczba  $a^3 + b^3 - 2$  jest podzielna przez 18.

**Zadanie 4.** Wykaż, że suma liczby 1 i iloczynu czterech kolejnych liczb naturalnych jest kwadratem liczby naturalnej.

**Zadanie 5.** Wyznacz wszystkie dodatnie liczby całkowite  $n$  takie, że  $(n + 4) \mid (2n^2 + 5n)$ .

**Zadanie 6.** Wyznacz wszystkie liczby pierwsze  $p$ , dla których każda z liczb  $p$ ,  $p + 4$ ,  $p + 6$ ,  $p + 10$ ,  $p + 12$ ,  $p + 16$ ,  $p + 22$  jest liczbą pierwszą.